Exercice Interféromètre de Fabry Pérot

1. Rappelez succintement le modèle de la lumière utilisé en optique ondulatoire.

   On considère le dispositif interférométrique suivant : deux miroirs semi réfléchissants identiques, de coefficient r de réflexion en amplitude et t de transmission en amplitude, séparés d'une distance e, sont éclairés par un rayon incident monochromatique d'amplitude A_0 et d'angle d'incidence θ. On note A_i l'amplitude du i^{ieme} rayon émergeant à la sortie du dipositif et T_i son amplitude lors de l'observation à l'infini.

2. Exprimez l'amplitude du sortie A_1 en fonction de A_0, r, t, e et θ ; puis l'amplitude A_i en fonction de A_{i-1} et des mêmes grandeurs. En déduire l'expression de A_i en fonction de A_0.

3. Exprimez le déphasage entre T_i et T_{i-1}. En déduire le déphasage entre T_i et T_1, puis la relation

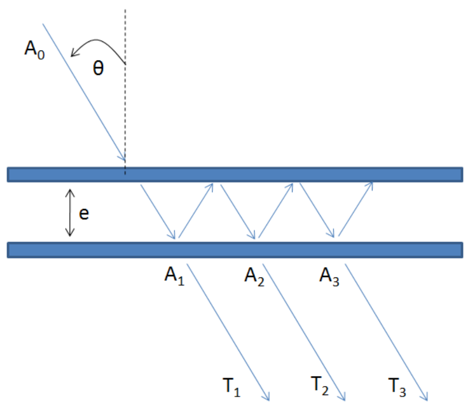
$$T_n = A_0 e^{-i\frac{4\pi}{\lambda}2acos\theta}\frac{t^2}{r^2}\left(r^2 e^{2ia\frac{2\pi}{\lambda}cos\theta}\right)^n$$

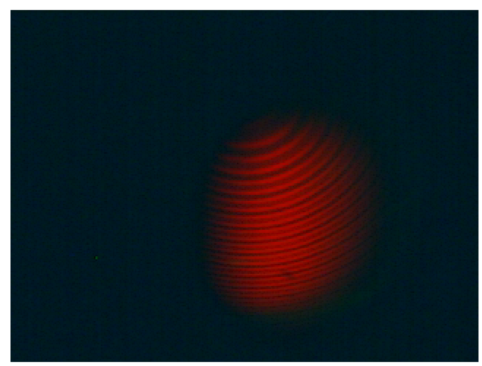
4. Exprimez l'amplitude résultante à l'infini. En déduire que l'intensité totale se met sous la forme

$$I_{tot} = I_0\frac{1}{1+\mathcal{F}sin^2(\frac{2a\pi}{\lambda}cos\theta)},$$

   où $\mathcal{F}$ est la finesse de la cavité, à exprimer en fonction du coefficient de réflexion en amplitude des miroirs r. On pourra utiliser la relation $r^2 + t^2 = 1$.

5. Quelle figure d'interférence observe-t-on dans le plan focal d'une lentille placée en sortie du dispositif ? Que se passe t il si la source lumineuse est étendue ? Interprétez la figure ci dessous





Evaluation

Connaissance du cours (/10)

- Modèle de la lumière (champ scalaire correspondant à un champ électrique polarisé, propogation, théorème de superposition, relation entre amplitude et intensité)
- Notion de cohérence spatiale (superposition des intensités, localisation des franges)
- Notion de cohérence temporelle (superposition de franges pour des longueurs distinctes, des amplitudes pour une longueur d'onde donnée)

Calcul (erreurs, rapidité, homogénéïté, vérifications) (/4)

Sens physique (contextualisation, analyse) (/4)

Comportement (/2)

- Prise en compte des indications
- Adaptation au contexte de l'exercice
- Mojo

- Champ considéré en optique = une composante d'une onde électromagnétique polarisée rectilignement. On peut donc utiliser les propriétés des équations de Maxwell et en particulier
  - leur linéarité qui implique superposition des amplitudes,
  - La forme de l'équation de propagation (d'Alembert) qui implique
    - la forme $E(\overrightarrow{r},t) = E_0 e^{i\overrightarrow{k}.\overrightarrow{r}} e^{-i\omega t}$ d'où la relation $\varphi(M) = \varphi(O) + \overrightarrow{k}.\overrightarrow{OM}$
    - la relation de dispersion $k = \frac{n\omega}{c}$.

  Définition de l'intensité : $I(M) = \langle \overrightarrow{\pi}(M,t) \rangle = \frac{1}{\mu_0 c} \left\langle E^2(M,t) \right\rangle$

- L'onde numéro $n \geq 1$ a pour amplitude à la sortie du dispositif $A_n = A_0 t^2 e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\delta_0} r^{2(n-1)} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\delta_0 2(n-1)} = A_0 t^2 e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}\delta_0} r^{-2} r^{2n} e^{i2\frac{2\pi}{\lambda}\delta_0 n}$.

  δ_0 est la distance d'un aller dans la lame : $\delta_0 = \frac{a}{cos\theta}$.

- A l'infini s'ajoute une différence de marche supplémentaire par rapport à l'onde A_1 : $T_n = A_1 e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(n-1)\delta_1}$.

  δ_1 est la distance entre deux rayons émergeants : $\delta_1 = b\,sin\theta = 2a\,tan\theta\,sin\theta = 2a\frac{sin^2\theta}{cos\theta}$.

- On a donc finalement $T_n = A_0 t^2 e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(\delta_0-\delta_1)} r^{-2} r^{2n} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(2\delta_0-\delta_1)n}$donc, avec $2\delta_0 - \delta_1 = 2acos\theta$

$$T_n = A_0 e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(\delta_0-\delta_1)} \frac{t^2}{r^2} \left(r^2 e^{2ia\frac{2\pi}{\lambda}\,cos\theta} \right)^n$$

  L'amplitude totale résultante est donnée par la somme des T_n : $A_{tot} = A_0 e^{-i(\delta_0-\delta_1)} \frac{t^2}{r^2} \sum_{n=1}^{+\infty} \left(r^2 e^{2ia\frac{2\pi}{\lambda}\,cos\theta} \right)^n = A_0 e^{-i(\delta_0-\delta_1)} \frac{t^2}{r^2} \frac{r^2}{1-r^2 e^{\frac{4a\pi}{\lambda}\,cos\theta}}$.

  En considérant $I_{tot} = |A_{tot}|^2 = A_{tot} A_{tot}^*$, on a $I_{tot} = I_0 \frac{t^4}{1+r^4-2r^2 cos\left(\frac{4a\pi}{\lambda}\,cos\theta\right)}$ et avec $r^2 + t^2 = 1$,

$$\begin{aligned} I_{tot} &= I_0 \frac{t^4}{1 + r^4 - 2r^2 cos\left(\frac{4a\pi}{\lambda}\,cos\theta\right) + 2r^2 - 2r^2} \\ &= I_0 \frac{\left(1-r^2\right)^2}{\left(1-r^2\right)^2 + 2r^2\left(1 - cos\left(\frac{4a\pi}{\lambda}\,cos\theta\right)\right)} \\ &= I_0 \frac{1}{1 + \frac{4r^2}{(1-r^2)^2} sin^2\left(\frac{2a\pi}{\lambda}\,cos\theta\right)} \end{aligned}$$

- Dans le plan focal d'une lentille, tous les rayons avec le même angle convergent vers le même point. Figure de diffraction indépendante de l'angle φ →cercles concentriques. La figure ne dépend que de l'angle d'incidence donc une source étendue augmente la luminosité de la figure.

  Sur la photo, on voit des cercles concentriques (ok avec l'analyse précédente) et on remarque que les cercles sont dédoublés. Il y a donc 2 longeurs d'ondes dans la source (non cohérence temporelle entre des longueurs d'onde distinctes => superposition des intensités). Cet effet a été obtenu en utilisant l'effet Zeeman (cf sujet Centrale PC 2012).