PRÉPARATION TRANSITION PARA-FERROMAGNÉTIQUE

On s'intéresse à un métal placé dans un thermostat à la température T et dont on étudie la transition ferromagnétique - paramagnétique. On appelle ferromagnétique un métal dôté d'une aimantation $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ non nulle en l'absence de champ extérieur et paramagnétique un métal qui ne présente pas d'aimantation en l'absence de champ extérieur.

Lev Davidovitch Landau a proposé une expression pour le potentiel thermodynamique volumique d'un tel métal à température proche de la température de Curie T_c :

$$f(T, \mathcal{M}) = u - Ts = f_0(T) + \frac{1}{2}a\,(T - T_c)\,\mathcal{M}^2 + \frac{1}{4}b\mathcal{M}^4$$

où $f_0(T)$ est l'énergie libre volumique en l'absence d'aimantation définie par $f_0 = u_0 - Ts_0$ et a et b sont deux constantes positives.

On se place pour l'instant en l'absence de champ extérieur.

1. Tracez la forme de $f(T, \mathcal{M})$ en fonction de $\mathcal{M}$ pour différentes valeurs de T et commentez.
2. Déterminez la valeur $\mathcal{M}_S$ prise spontanément par l'aimantation pour une température T donnée et montrez que, pour $T < T_c$ cette aimantation est proportionnelle à $\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta$, où β est une constante à déterminer.
3. Etablir l'identité thermodynamique de l'énergie libre volumique $f(T, \mathcal{M})$ et montrez que l'entropie prend une forme différente pour $T > T_c$ et $T < T_c$. Commentez.
4. Montrez que la capacité thermique volumique du matériau subit un saut fini lors de la transition de phase ferro - para.

SUITE

On imagine à présent le matériau plongé dans un champ $\overrightarrow{B_{ext}}$ uniforme.

1. Le travail volumique infinitésimal à fournir un métal paramagnétique pour augmenter son moment magnétique de $\overrightarrow{d\mathcal{M}}$ de façon réversible vaut $\delta w_{mag} = \overrightarrow{B_{ext}}.\overrightarrow{d\mathcal{M}}$.
   (a) Rappelez la définition d'un potentiel thermodynamique.
   (b) Exprimez le potentiel thermodynamique volumique g^* du métal pour une transformation monotherme et monomagnétique
   (c) En déduire le potentiel thermodynamique volumique g du métal pour une transformation isotherme et isomagnétique
   (d) Montrez l'identité thermodynamique $dg = -\mathcal{M}dB - sdT$.
2. Déterminez l'équation traduisant l'équilibre du système sous T et B_{ext} fixé.

EVALUATION

Connaissance du cours (/10)

- Identités thermodynamiques ($du = \delta w + \delta q$, $du = cdT$, $\delta q^{rev} = Tds$)
- Potentiel thermodynamique

Calcul (erreurs, rapidité, homogénéïté, vérifications) (/4)

Sens physique (contextualisation, analyse) (/4)

Comportement (/2)

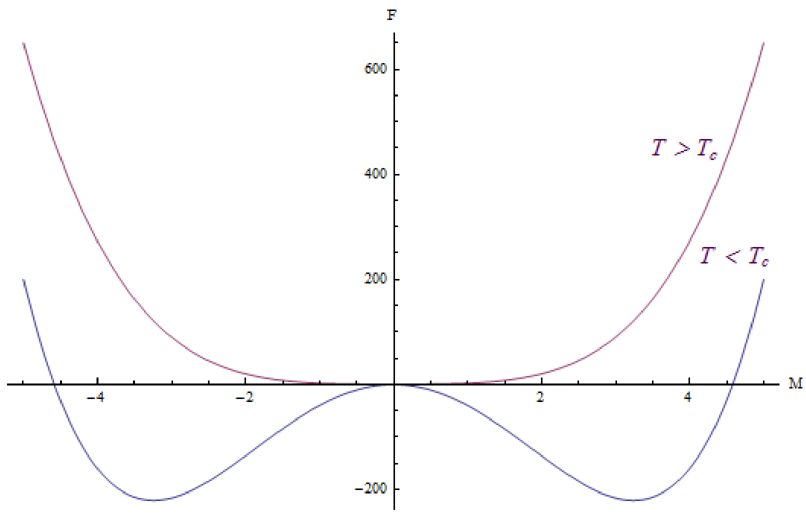
- Prise en compte des indications
- Adaptation au contexte de l'exercice
- Mojo

Correction

1. $\left(\frac{\partial f}{\partial M}\right)_T = a\left(T - T_c\right)M + bM^3 = Mb\left(\frac{a}{b}\left(T - T_c\right) + M^2\right)$
Tableau de variation

Pour $T > T_c$	$-\infty$		0		$+\infty$
Mb		-	0	$+$	
$\left(\frac{a}{b}\left(T - T_c\right) + M^2\right)$		$+$		$+$	
$\left(\frac{\partial f}{\partial M}\right)_T$		-	0 : eq stable	$+$	

Pour $T < T_c$	$-\infty$		$-\sqrt{\frac{a}{b}T_c\left(1 - T/T_c\right)}$		0		$\sqrt{\frac{a}{b}T_c\left(1 - T/T_c\right)}$		$+\infty$
Mb		-		-	0	$+$		$+$	
$\left(\frac{a}{b}\left(T - T_c\right) + M^2\right)$		$+$	0	-		-	0	$+$	
$\left(\frac{\partial f}{\partial M}\right)_T$		-	0, eq stable	$+$	0 instable	-	0 eq stable	$+$	



2. L'aimantation spontannée prend la valeur $M_S = \pm\sqrt{\frac{a}{b}T_c\left(1 - T/T_c\right)}\beta = 1/2$
3. $df = du - Tds - sdT = -sdT$ donc $s = -\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_M = -f_0'(T) - \frac{1}{2}aM_s^2$; donc
   (a) pour $T < T_C$, $s = -f_0'(T) - \frac{a^2}{2b}\left(T_c - T\right)$
   (b) pour $T > T_c$, $s = -f_0'(T)$
4. D'après le premier principe, $du = cdT = \delta q = Tds$ donc $c_v = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right) = -f_0''(T) + \frac{a^2}{2b}T$ si $T < T_c$ et $= f_0''(T)$ si $T > T_c$: saut de $\frac{a^2}{2b}T_c$.
5. Un potentiel thermo est une fonction d'état qui diminue lors de l'évolution spontanée du système et est minimale à l'équilibre.
   (a) Pour un transfo monotherme et monomagnétique $du = \delta w_{mag} + \delta q = \mu_0 H_{ext}dM + \delta q$ et $ds = \frac{\delta q}{T_{ext}} + \delta s_c \geq \frac{\delta q}{T_{ext}}$ donc $0 \geq du - \mu_0 H_{ext}dM - T_{ext}ds = d\left(u - \mu_0 H_{ext}M - T_{ext}s\right) = dg^*$.
   (b) Pour une transformation isotherme et isomagnétique, $g = u - \mu_0 HM - Ts = f - \mu_0 HM$ et $dg = du - \mu_0 HdM - \mu_0 MdH - Tds - sdT$ donc
$$dg = -\mu_0 MdH - sdT$$
6. Equilibre : $\left(\frac{\partial g}{\partial M}\right)_{T,H} = 0 \Leftrightarrow B_{ext} = a(T - T_c)M + bM^3$.