Diffusion de particules (PC*)

Question de cours

Présentez et expliquez la loi de Fick.

Exercice quelques éléments de Neutronique

On considère un flux de neutrons dans un milieu constitué d'uranium avec la concentration c_0. Pour simplifier le problème, on supposera le milieu compris entre les plans $x = -L/2$ et $x = L/2$ et la vitesse des neutrons unidimensionnelle $\overrightarrow{v_n} = v\overrightarrow{u_x}$. On note $n(x)$ la densité de neutrons à l'abscisse x. Les neutrons diffusent dans le milieu avec un coefficient de diffusion D.

1. Un noyau d'uranium représente pour un neutron une cible de surface σ. Montrez que le nombre de collisions entre neutron et noyau dans un volume $dV = Sdx$ pendant une durée dt s'écrit $n(x)vc_0\sigma Sdxdt$.
2. On considère que ces collisions entrainent l'absorbtion du neutron et produisent en moyenne p nouveaux neutrons. Déterminez l'équation d'évolution de la concentration en neutrons.
3. On considère que le milieu est confiné ($n(-L/2) = n(L/2) = 0$) et suffisamment enrichi ($p > 1$) Déterminez la valeur de p critique p_c telle que la concentration soit stationnaire.
4. On se place dans le cas $p \neq p_c$ et on cherche une solution de la forme $A(t)cos\left(\frac{(p-1)c_0\sigma v}{D}x\right)$. Exprimez le comportement de $A(t)$ au cours du temps.

Solution *(voir planche Oraux : neutronique)*

On prend un volume Sdx. Nombre de neutrons rentrant dans la surface entre t et t+dt $nSvdt$. Surface représentée par les noyaux d'uranium : $c_0Sdx\sigma$. Probabilité pour qu'un neutron se prenne un noyau : $\frac{c_0\sigma Sdx}{S} = c_0\sigma dx$. Nombre total de collisions : $c_0\sigma nSvdtdx$.

Entre x et x+dx, t et t+dt

Nombre de neutrons à l'instant t : $n(x,t)dxS$

Nombre de neutrons entrant dans le volume : $j(x,t)Sdt$.

Nombre de neutrons sortants du volume : $j(x+dx,t)Sdt$.

Nombre de neutrons absorbé dans le volume $c_0\sigma nSvdtdx$.

Nombre de neutrons créés dans le volume $pc_0\sigma nSvdtdx$.

Nombre de neutrons à l'instant $t+dt$: $n(x,t+dt)dxS$

Bilan : $\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x} + (p-1)c_0\sigma nv$ et avec la loi de Fick $\frac{\partial n}{\partial t} = D\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + (p-1)c_0\sigma nv$.

En régime stationnaire, $0 = \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{(p_c-1)c_0\sigma v}{D}n$. n se met donc sous la forme $Acos\left(\frac{(p_c-1)c_0\sigma v}{D}x\right) + Bsin\left(\frac{(p_c-1)c_0\sigma v}{D}x\right)$.

Comme $n(-L/2) = n(L/2)$, $B = 0$ et $\frac{(p_c-1)c_0\sigma v}{D}\frac{L}{2} = \frac{\pi}{2}$ ie $p_c = 1 + \frac{LD}{c_0\sigma v}$.