

Thermodynamique : Premier principe (PCSI)

EXERCICE GAZ CHAUFFÉ PAR RÉSISTANCE

Un récipient de volume V , parfaitement calorifugé, est séparé en 2 par un piston mobile, lui aussi calorifugé. Le piston peut se déplacer sans frottements et on repère sa position par son abscisse $0 \leq x \leq L$. On note 1 le compartiment de gauche et 2 celui de droite.

Conditions initiales :

Chaque compartiment contient n moles d'un gaz parfait diatomique ($\gamma = 1.4$).

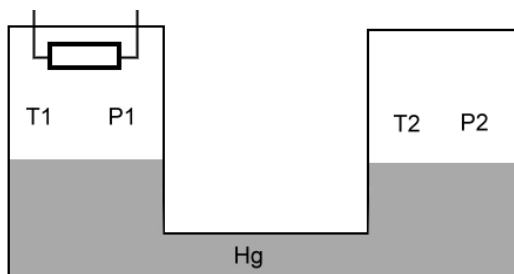
Dans chaque compartiment, le gaz est soumis à une pression p_0 et à une température T_0 .

1. Déterminez les volumes initiaux V_1 et V_2 occupés par les gaz.

On introduit à présent une résistance électrique R dans le compartiment 1 et on fait circuler un courant I dans le circuit, jusqu'à ce que ce que $x = \frac{2}{3}L$. Le chauffage est suffisamment lent pour considérer l'évolution comme quasi statique.

1. Déterminez les caractéristiques de l'état final (P , V , n et T pour chaque compartiment).
 2. Exprimez les variations d'énergie interne ΔU_1 et ΔU_2 des deux gaz.
 3. Exprimez les travaux W_1 et W_2 des deux gaz.
 4. Exprimez les quantités de chaleur Q_1 et Q_2 reçues par les deux gaz.
 5. En déduire le temps pendant lequel le courant I a circulé.
-

EXERCICE GAZ PARFAIT & HYDROSTATIQUE



Dans le dispositif ci dessus, deux compartiments de même volume V_0 contenant n moles d'un gaz parfait diatomique sont séparés par un tube rempli d'un liquide argenté conducteur magique, de masse volumique $\rho = \rho_{Hg}$. Initialement, $T_1 = T_2 = T_0$. On note h la dénivellation formée par le mercure, c'est à dire $h = h_2 - h_1$.

1. Déterminez la relation entre h , V_1 et V_2 .
2. Déterminez la relation entre h , p_1 et p_2 .

3. On chauffe le compartiment 1 à l'aide d'un conducteur ohmique, jusqu'à ce que $h = 10\text{cm}$. Le chauffage est suffisamment lent pour considérer l'évolution comme quasi statique. Déterminez les températures T_1 et T_2 finales si

- (a) le compartiment 2 est isotherme.
 (b) le compartiment 2 est calorifugé.

Solution

Par conservation du volume, $V_1 + V_2 = 2V_0$. Or $V_1 = S(h_{\text{tot}} - h_1)$ et $V_2 = S(h_{\text{tot}} - h_2)$ donc $V_2 - V_1 = S(h_1 - h_2) = -Sh$ donc

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = 2V_0 \\ V_1 - V_2 = Sh \end{cases} \Leftrightarrow V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2V_0 & 1 \\ Sh & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = V_0 + \frac{Sh}{2} \text{ et } V_2 = V_0 - \frac{Sh}{2}$$

La pression tout au fond du mercure est constante. Or sous le compartiment 1, elle vaut $p_1 + \rho_{Hg}gh_1$ et sous le compartiment 2, elle vaut $p_2 + \rho_{Hg}gh_2$. On a donc

$$p_1 - p_2 = \rho_{Hg}gh$$

1. Si le compartiment 2 est isotherme, on a $T_2 = T_0$. Or le compartiment 2 contient toujours n moles de gaz parfait et son volume est donné par $V_2 = V_0 - \frac{Sh}{2}$. On a donc $p_2 = \frac{nRT_0}{V_0 - \frac{Sh}{2}}$. On en déduit donc $p_1 = \rho_{Hg}gh + \frac{nRT_0}{V_0 - \frac{Sh}{2}}$. Comme le compartiment 1 contient toujours n moles de gaz parfait et que son volume est donnée par $V_1 = V_0 + \frac{Sh}{2}$, on a

$$T_1 = \frac{1}{nR} \left(\rho_{Hg}gh + \frac{nRT_0}{V_0 - \frac{Sh}{2}} \right) \left(V_0 + \frac{Sh}{2} \right) = T_0 \frac{V_0 + \frac{Sh}{2}}{V_0 - \frac{Sh}{2}} + \frac{\rho_{Hg}g}{nR} \left(V_0 + \frac{Sh}{2} \right) h$$

2. Si le compartiment 2 est calorifugé, son évolution est soumise à la loi de Laplace :

$$T_2^\gamma V_2^{\gamma-1} = T_0^\gamma V_0^{\gamma-1} \text{ donc } T_2 = T_0 \left(\frac{V_0}{V_0 - \frac{Sh}{2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \text{ et } p_2 = \frac{nRT_0}{V_0 - \frac{Sh}{2}} \left(\frac{V_0}{V_0 - \frac{Sh}{2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{nRT_0}{V_0} \left(\frac{V_0}{V_0 - \frac{Sh}{2}} \right)^\gamma \text{ donc}$$

$$p_1 = \rho_{Hg}gh + \frac{nRT_0}{V_0} \left(\frac{V_0}{V_0 - \frac{Sh}{2}} \right)^\gamma \text{ et finalement}$$

$$T_1 = \frac{1}{nR} \left(\rho_{Hg}gh + \frac{nRT_0}{V_0} \left(\frac{V_0}{V_0 - \frac{Sh}{2}} \right)^\gamma \right) \left(V_0 + \frac{Sh}{2} \right) = T_0 \left(\frac{V_0}{V_0 - \frac{Sh}{2}} \right)^\gamma \frac{V_0 + \frac{Sh}{2}}{V_0} + \frac{\rho_{Hg}g}{nR} \left(V_0 + \frac{Sh}{2} \right) h$$

On considère n moles d'un gaz parfait diatomique ($\gamma = 1.4$) occupant un volume V_1 sous la pression p_1 . On lui fait subir une compression qui l'amène à un volume V_2 . Déterminez les expressions de W , Q et ΔU dans les deux cas suivants :

- La transformation est quasistatique et adiabatique.
- La transformation est réversible et isotherme.

On considère les transformations suivantes, subies par n moles d'un gaz parfait.

$$\begin{cases} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \\ n \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_2 \\ V_2 = ? \\ T_1 \\ n \end{cases}$$

isotherme et quasi statique

$$\begin{cases} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \\ n \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_2 \\ V_2 \\ T_1 \\ n \end{cases}$$

isochore puis isobare

$$\begin{cases} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \\ n \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_2 \\ V_2' = ? \\ T_2 = ? \\ n \end{cases}$$

adiabatique et quasi statique

Représentez chacune de ces transformations sur un diagramme de Clapeyron puis déterminez les grandeurs inconnues et estimez les expressions du travail reçu par le système W , de la chaleur échangée Q et de la variation d'énergie interne ΔU .

Solution

- Pour une transfo isotherme qs
 - Clapeyron : $T = cste \Rightarrow PV = cste \Rightarrow P = \frac{cste}{V}$ et $V_2 = V_1 \frac{P_1}{P_2}$
 - Energie interne : 1ere loi de Joule : $\Delta U \propto \Delta T = 0$
Donc premier principe : $Q = -W$
 - Expression du travail : $\delta W = -p_{ext}dV = -pdV$ car quasi statique $\Rightarrow W = -\int pdV = -\int \frac{nRT}{V}dV = nR \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$
- Pour une transfo isochore puis isobare
 - Clapeyron : $V = cste$ puis $P = cste$.
 - Energie interne : 1ere loi de Joule : $\Delta U_{tot} \propto \Delta T = 0$
Donc premier principe : $Q_{tot} = -W_{tot}$
 - Expression du travail : $W_{tot} = W_1 + W_2$ avec
 - * $\delta W_1 = -p_{ext}dV = 0$
 - * $\delta W_2 = -p_{ext}dV = -p_2dV \Rightarrow W_2 = p_2(V_1 - V_2)$
- Pour une transfo adiabatique qs de (p_1, V_1) et (p_2, V_2)
 - Loi de Laplace : $PV^\gamma = cste = p_1V_1^\gamma$
 - Energie interne $\Delta U = C_V(T_2 - T_1)$ avec $T_2 = \frac{p_2V_2}{nR} = \frac{p_1V_1^\gamma}{nR}V_2^{1-\gamma}$
 - Travail $-\int pdV = -\int p_A V_A^\gamma V^{-\gamma}dV = p_A V_A^\gamma \frac{1}{\gamma}()$

EXERCICE ETEINDRE UN FEU

On chauffe une bûche de 5 kg au contact de l'air. Lorsque sa température dépasse $T_C = 513\text{ K}$, une réaction de combustion très exothermique $CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O$ s'enclenche et une flamme apparait. Un équilibre thermique s'installe à la température de flamme $T_f = 1073\text{ K}$; on considèrera que la bûche est alors portée à cette même température.

1. Pour éteindre l'incendit, on peut essayer de ramener la bûche à une température $T < T_C$; on utilise pour cela un extincteur qui délivre de l'eau à 20°C (goupille bleue). En considérant le problème à la pression atmosphérique, déterminez la quantité minimale d'eau nécessaire pour éteindre le feu. Pourquoi faut il verser l'eau rapidement? Le débit d'un extincteur est de $D \simeq 1\text{ L.s}^{-1}$. Déterminez le temps nécessaire pour éteindre le feu. Quels risques l'utilisation de cet extincteur peut il présenter?
2. On peut également essayer de couper l'alimentation du feu en dioxygène; on utilise pour cela un extincteur à CO_2 (goupille grise). On considère un volume V autour de la bûche, dans lequel la teneur en oxygène est supposée initialement égale à celle de l'air ambiant et la température moyenne égale à la température ambiante $T_0 = 20^\circ\text{C}$. L'ajout du CO_2 est supposé suffisamment rapide pour que le système soit supposé fermé. La réaction s'arrête si la pression partielle du dioxygène est inférieure à 1% de sa valeur initiale. Déterminez la quantité de CO_2 qu'il faut injecter pour cela.

Données : Capacité thermique massique de l'eau $c_e = 4.16\text{ kJ K}^{-1}\text{ kg}^{-1}$, enthalpie massique de vaporisation $\Delta_{vaph} = 2200\text{ kJ kg}^{-1}$, capacité thermique du bois $c_{bois} = 2.7\text{ kJ K}^{-1}\text{ kg}^{-1}$

Solution

1. On doit chauffer l'eau de 20 à 100°C , puis la vaporiser. La vapeur ne joue aucun rôle dans l'évacuation de la chaleur.

$$m_e c_e (100 - 20) + m_e \Delta_{vaph} = m_{buche} c_{buche} (T_f - T_C) \Rightarrow m_e = \frac{m_{buche} c_{buche} (T_f - T_C)}{c_e (100 - 20) + \Delta_{vaph}} \simeq 3\text{ kg}$$

Problème : si on laisse le temps au feu d'évaporer toute l'eau avant d'attendre T_C , la réaction repart. On peut refroidir assez la surface de la buche pour arrêter les flammes, mais laisser le centre chaud -> la réaction peut reprendre. Risques d'électrocution si utilisé sur une source électrique.

2. La pression partielle est donnée par $\frac{p_{O_2}}{p} = \frac{V}{n_{gaz}RT} \frac{n_{O_2}RT}{V} = \frac{n_{O_2}}{n_{gaz}}$. Si on injecte n moles de CO_2 , la pression devient $p = p_{atm} + \frac{n_{CO_2}RT}{V}$. Pour avoir $\frac{p_{O_2}}{p} = \frac{n_{O_2}}{n_{air}+n_{CO_2}} = \frac{1}{100} \frac{n_{O_2}}{n_{air}}$, on donc avoir $\frac{n_{O_2}}{n_{air}+n_{CO_2}} = \frac{1}{100} \frac{n_{O_2}}{n_{air}}$ ie $n_{CO_2} = 99n_{air}$

EXERCICE TIR D'UNE BOMBE D'ARTIFICE

On considère un mortier sous forme d'un cylindre de section S et de hauteur h . Au fond de ce mortier se trouve une charge de poudre noire ($2KNO_3 + S + 3C$) de hauteur x_0 et une bombe d'artifice, assimilée à un piston hermétique de masse M . On notera son altitude au cours du temps $x(t)$; on a donc $x(0) = x_0$.

1. La poudre noire à une masse volumique ρ_V et une masse molaire ρ_N . Déterminez la quantité n_0 de poudre noire dans le mortier.
2. On suppose que la combustion de la poudre noire suit l'équation $2KNO_3 + S + 3C \rightarrow K_2S + N_2 + 3CO_2$. Déterminez la quantité de gaz n produite par la combustion de l'intégralité de la poudre. On supposera dans toute la suite cette réaction instantanée et tous les gaz parfaits.
3. La réaction est très exothermique et libère une chaleur molaire $\Delta_{comb}h$. On ne tenant compte que de la capacité thermique du gaz c_g , déterminez la température T_0 atteinte à la fin de la réaction.
4. On s'intéresse à présent à l'éjection de la bombe hors du mortier. On supposera dans cette question les transformations isothermes.
 - (a) Exprimez la pression P en fonction de l'altitude x de la bombe.
 - (b) Ecrire l'équation du mouvement vérifiée par la bombe. On négligera le poids de la bombe devant les forces de pression.
 - (c) Résoudre l'équation différentielle. On pourra astucieusement multiplier les deux côtés de l'égalité par \dot{x} .
 - (d) Déterminez la vitesse de sortie de la bombe au bout du mortier.

Solution

masse de poudre $m_p = Sx_0\rho_V$. nombre de mole $n_0 = m_p/\rho_N = \frac{Sx_0\rho_V}{\rho_N}$.

Nombre de moles de gaz $n = n_0 \times$ nombre de mole créée par mole de poudre.

$\Delta H = \Delta_{comb}h \times n_0$ et $\Delta T = \frac{1}{c_g} \Delta H$ donc $T = T_{atm} + x_0 \frac{S\rho_V}{c_g\rho_N} \Delta_{comb}h \simeq x_0 \frac{S\rho_V}{c_g\rho_N} \Delta_{comb}h$

$M \frac{d^2x}{dt^2} = P(x)S$ et $P(x) = \frac{nRT}{Sx}$ donc $\frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{nRT}{M} \frac{1}{x} \frac{dx}{dt}$ donc $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right) = \frac{nRT}{M} \frac{d}{dt} \ln x$ donc $\frac{1}{2} (v^2 - 0^2) = \frac{nRT}{M} \ln \frac{x}{x_0}$ d'où

$$v_f = 2 \frac{SR}{M} \frac{\rho_V}{\rho_N} x_0 \frac{S\rho_V}{c_g\rho_N} \Delta_{comb}h \ln \frac{x}{x_0}$$