Thermodynamique : cycles thermodynamiques (PCSI)

Exercice Cycle de Stirling

Le moteur de Stirling fonctionne grâce aux transformations de n moles d'un gaz parfait de coefficient γ de la façon suivante :

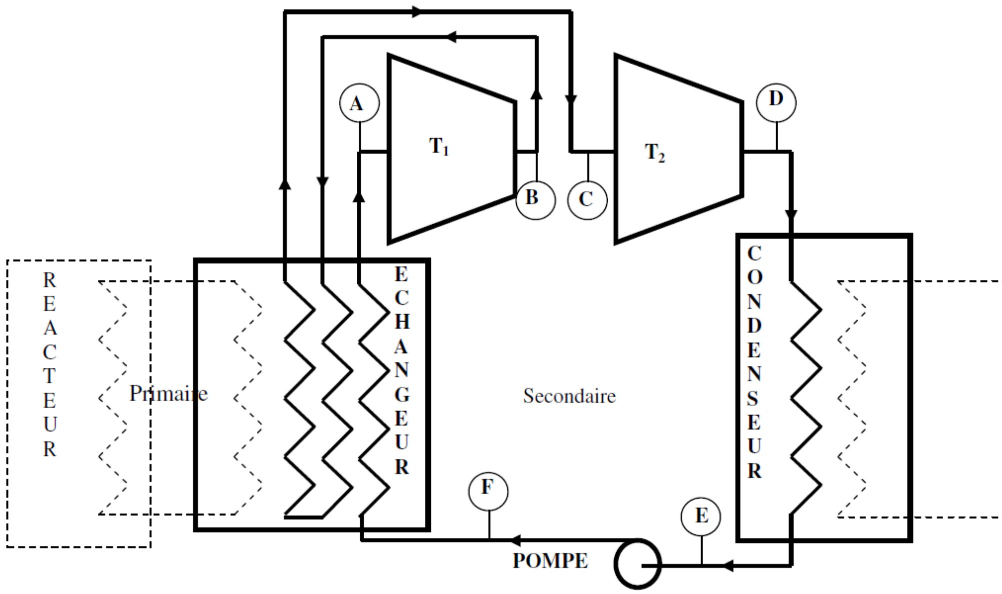
1. Le gaz est chauffé à la température T_2 dans un cylindre isochore de volume V_1 fermé par un piston bloqué.
2. Le piste est débloqué et le gaz le repousse en suivant une détente isotherme jusqu'à un volume $V_2 > V_1$.
3. On bloque alors le piston pour refroidir le gaz à une température jusqu'à une température $T_1 < T_2$.
4. On enfonce le piston pour ramener de façon isotherme le gaz au volume initial V_1.

Le cycle est considéré réversible.

- Représentez le cycle sur un diagramme de Clapeyron.
- Déterminez en fonction de T_1, T_2, $a = \frac{V_2}{V_1}$, n et γ la quantité de chaleur Q_1 reçue par le système pendant un cycle ainsi que la quantité Q_2 cédée par le système pendant un cycle.
- Déduisez en le rendement thermodynamique du cycle.
- Comparez ce rendement à celui d'un cycle de Carnot utilisant les mêmes sources thermiques. Pour rappel, un cycle de Carnot est constitué de deux transformations isothermes et de deux transformations adiabatiques.

EXERCICE CYCLE D'UNE CENTRALE NUÉCLAIRE

On s'intéresse au cycle d'une centrale thermique, représentée ci dessous :



On suit une masse m d'eau au cours de son parcours. On traitera l'eau liquide comme incompressible et la vapeur d'eau comme un gaz parfait de capacité thermique $c_g = 1.9\,kJ.kg^{-1}.K^{-1}$.

- A : le fluide est entièrement gazeux, à $T_A = 310°C$ sous $p_A = 10\,MPa$.
- $A \to B$: le fluide subit une détente isentropique adiabatique au travers de la turbine T_1, jusqu'à atteindre $p_B = 1\,MPa$. Le fluide est alors un mélange d'eau liquide et de vapeur d'eau.
- $B \to C$: le fluide est réchauffé de manière isobare que contact du circuit primaire, jusqu'à atteindre $T_c = 310°C$.
- $C \to D$: le fluide subit une détente isentropique adiabatique au travers de la turbine T_2, jusqu'à atteindre $p_D = 10\,kPa$.
- $D \to E$: le fluide est refroidit de manière isobare dans le condenseur, jusqu'à devenir complètement liquide.
- $E \to F$: le fluide est comprimé de manière isentropique.
- $F \to A$: le fluide est vaporisé de manière isobare dans l'échangeur.

1. On étudie la transition $A \to B$. Quelle est la température T_B ? En considérant un circuit fictif adapté, déterminez la fraction massique x de vapeur condensée au point B. En déduire le travail fourni le fluide et la chaleur échangée.
2. Quelle est la pression au point C ? Déterminez la chaleur absorbée par le système pendant l'étape $B \to C$.
3. Jusitifiez que la compression isentropique $E \to F$ soit également isotherme. En déduire le travail et la chaleur apportés au fluide pendant cette étape.
4. Complétez le tableau ci dessous

	$W_{massique}\ \left(kJ.kg^{-1}\right)$	$Q_{massique}\ \left(kJ.kg^{-1}\right)$		
$A \to B$				
$B \to C$				
$C \to D$	-800			
$D \to E$		-2700		
$E \to F$				
$F \to A$				
total				

5. La puissance récupérer en sortie est d'environ $1GW$. Quel débit massique d'eau circule dans le circuit secondaire ?
6. Exprimez le chaleur reçue par l'eau de la rivière par unité de temps. On note m_{ext} la masse d'eau qui reçoit cette chaleur. Que doit valoir m_{ext} pour que la température de la rivière n'augmente pas de plus de $5°C$? En déduire le débit massique d'eau de la rivière nécessaire à refroidir le condenseur.

Données *capacité thermique de l'eau liquide* $c_e = 4.18\,kJ\,k^{-1}\,kg^{-1}$.

- *A* $46°C$ *: Pression de vapeur saturante* $0.01\,MPa$. *Chaleur latente de vaporisation :* $2392\,kJ.kg^{-1}$.
- *A* $180°C$ *: Pression de vapeur saturante :* $1\,MPa$. *Chaleur latente de vaporisation :* $2013\,kJ.kg^{-1}$.
- *A* $310°C$ *: Pression de vapeur saturante* $10\,MPa$. *Chaleur latente de vaporisation :* $1319\,kJ.kg^{-1}$.

Solution

1. *En A : m vapeur d'eau à* T_A, p_A.

$$\begin{array}{ccccc} \begin{array}{c}T_A,p_A\\ m\,vap\end{array} & & \rightarrow & & \begin{array}{c}T_B,p_B\\ xm\,vap\\ (1-x)m\,liq\end{array}\\ \downarrow & & & & \uparrow \\ \begin{array}{c}T_A,p_A\\ m\,liq\end{array} & \rightarrow & \begin{array}{c}T_B,p_A\\ m\,liq\end{array} & \rightarrow & \begin{array}{c}T_B,p_B\\ m\,liq\end{array}\end{array}$$

$\Delta S = m\left(-\frac{\Delta_{vap}h(T_A)}{T_A}\right) + mc_e ln\frac{T_B}{T_A} + 0 + xm\left(\frac{\Delta_{vap}h(T_B)}{T_B}\right) = 0$ *donc* $x = \left(c_e ln\frac{T_A}{T_B} + \frac{\Delta_{vap}h(T_A)}{T_A}\right)\frac{T_B}{\Delta_{vap}h(T_B)} \simeq 0.75$

Variation d'enthalpie : $\Delta H = m\left(-\Delta_{vap}h(T_A)\right) + mc_e\left(T_B - T_A\right) + 0 + xm\left(\Delta_{vap}h(T_B)\right) = W_{\neq p} + 0 = -350\,kJ.kg^{-1}$

1. *d*

$$\begin{array}{ccccc} \begin{array}{c}T_B,p_B\\ xm\,vap\\ (1-x)m\,liq\end{array} & \rightarrow & \begin{array}{c}T_B,p_B\\ m\,vap\end{array} & \rightarrow & \begin{array}{c}T_C,p_C = p_B\\ m\,vap\end{array}\end{array}$$

$\Delta H = (1-x)m\Delta_{vap}h(T_B) + c_g m\left(T_C - T_B\right) = Q = 750\,kJ.kg^{-1}$

2. $ds = mc_e\frac{dT}{T} = 0$ *donc* $dT = 0$ *donc* $dH = 0$. *Et* $dV = 0$ *car fluide incompressible donc* $\delta W = 0$. *Donc* $\delta Q = 0$ *aussi*
3. *Tableau*

	$W_{massique}\ \left(kJ.kg^{-1}\right)$	$Q_{massique}\ \left(kJ.kg^{-1}\right)$
$A \to B$	*-350*	*0*
$B \to C$	*0*	*750*
$C \to D$	-800	*0*
$D \to E$	*0*	-2700
$E \to F$	*0*	*0*
$F \to A$	*0*	*?=3100*
total	*-1150*	*1150*

4. $P = W_{massique} \times D$ *donc* $D = 870\,kg.s^{-1}$
5. *Pendant* dt *secondes, la rivière reçoit* $Q_{DE} \times D \times dt$ *et sa température augmente de* $dT = \frac{Q_{DE} D dt}{m_{ext} c_e}$ *et* $m_{ext} = D_{ext} dt$ *donc* $D_{ext} = D \frac{Q_{DE}}{c_e \Delta T}$