Electromagnétisme : électrostatique (PCSI)

QUESTION DE COURS

Présentez les concepts suivants : charge électrique, force de Coulomb, champ électrique, potentiel électrostatique, énergie potentielle d'une particule chargée, théorème de Gauss.

EXERCICE ANALOGIE AVEC LA GRAVITATION

1. Proposez une analogie entre les notions de la question de cours et les grandeurs relatives à l'interaction gravitationnelle. En déduire par analogie l'expression du thorème de Gauss pour la gravitation.
2. En déduire l'expression du champ de gravité en tout point d'une boule de rayon R et de masse volumique ρ uniforme.
3. On considère une planète de rayon R et de masse volumique ρ. On creuse un tunnel qui la traverse de part en part en passant par le centre. On supposera le tunnel suffisamment fin pour ne pas perturber la symétrie du problème. On lache à un bout du tunnel une bille de masse m. Déterminez son mouvement.
4. Une autre planète présente une cavité sphérique creuse de rayon a centrée sur un point O'. En utilisant le théorème de superposition, déterminez le champ de gravité en tout point de la cavité.

Solution

$q/\rho_q = \frac{q}{V}$	$m/\rho_m = \frac{m}{V}$
$\overrightarrow{F_C} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\overrightarrow{u_r}$	$\overrightarrow{F_G} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\overrightarrow{u_r}$
$\overrightarrow{F_C} = q_1\overrightarrow{E}$	$\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g}$
$\overrightarrow{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{r^2}\overrightarrow{u_r}$	$\overrightarrow{g} = -G\frac{m_2}{r^2}\overrightarrow{u_r}$
$\oiint \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$	$\oiint \overrightarrow{g}.\overrightarrow{dS} = -4\pi G M_{int}$

- *Invariance de la répartition de masse par rotation et symétrie sphérique du problème :* $\overrightarrow{g}(\overrightarrow{r}) = g(r)\overrightarrow{u_r}$
  Surface de Gauss = sphère de rayon r. $4\pi r^2 g(r) = -4\pi G\frac{4}{3}\pi r^3\rho$ *donc* $g(r) = -\frac{4\rho G}{3}r\overrightarrow{u_r}$.
- *La masse est soumise à* $\overrightarrow{F} = m\overrightarrow{g(r)} = -m\frac{4\rho G}{3}r\overrightarrow{u_r} = -kr\overrightarrow{u_r}$ *: mouvement d'oscillateur harmonique*

QUESTION DE COURS

Présentez les concepts suivants : charge électrique, force de Coulomb, champ électrique, potentiel électrostatique, énergie potentielle d'une particule chargée, théorème de Gauss.

EXERCICE L'ETOILE DE LA MORT

1. On considère une boule de rayon r. Quel volume faut il lui apporter pour augmenter son rayon de dr ? Quelle masse dm du matériau ce volum représente t il ?
2. On considère un système formé de la masse dm à l'infini et de la boule de rayon r. Exprimez l'énergie potentielle du système en fonction de $E_p(r)$, énergie potentielle d'une boule de rayon r et de masse volumique ρ.
3. On répartit à présent la masse dm sur la surface de la boule. Déterminez l'expression de $E_p(r+dr)$ en fonction de $E_p(r)$ et de dr. En déduire une équation différentielle vérifiée par $E_p(r)$. En déduire l'énergie potentielle de la boule.
4. Calculez l'énergie nécessaire pour dissloquer une planète semblable à la Terre.

5. Dans l'épisode IV de Star Wars (un nouvel espoir), on peut estimer l'énergie libérée par l'Etoile de la mort pour détuire Alderaan (qu'on supposera semblable à la Terre) à environ $10^{37}J$. Comment expliquer la différence avec le résultat précédent ?

Solution

- *Passer de r à $r+dr$ change le volume de $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ en $V+dV=\frac{4}{3}\pi(r+dr)^3 \simeq V+4\pi r^2 dr$. On doit donc apporter le volume $dV=4\pi r^2 dr$ ce qui correspond à une masse $dm=4\pi r^2 \rho dr$.*
- *$E_p(r+dr)=E_p(r)+E_p(dm,r)=E_p(r)-G\frac{m(r)dm}{r}$ donc $\frac{dE_p}{dr}=-G\frac{\frac{4}{3}\pi\rho r^3 4\pi r^2\rho}{r}=-\frac{16\pi^2 G}{3}\rho^2 r^4$ et $E_p(R)=-\frac{16\pi^2 G}{15}\rho^2 R^5$*
  $E_p(R)=-\frac{16\pi^2 G}{15}\frac{9}{16\pi^2 R^6}M^2 R^5=-\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$

EXERCICE MODÉLISATION D'UN CONDENSATEUR

1. On considère un plan infini $z=+\frac{a}{2}$ chargé uniformément avec la densité surfacique $+\sigma$. Déterminez le champ électrique en tout point de l'espace. Que vaut le saut du champ électrique de part et d'autre du plan ?
2. On considère à présent un second plan, situé en $z=-\frac{a}{2}$ et présentant la densité surfacique $-\sigma$. Déterminez le champ électrique en tout point de l'espace. Que vaut le potentiel en tout point de l'espace ?

   Les deux plans sont en réalité finis et de surface S. On considérera néanmoins que l'expression du champ $\overrightarrow{E}$ trouvée à la question précédente reste correcte.
3. On définit la capacité du dispositif comme $C=\frac{q}{\Delta V}$, où ΔV est la différence de potentiel entre le plan $z=+\frac{a}{2}$ et le plan $z=-\frac{a}{2}$ et q la charge portée par le plan $z=+\frac{a}{2}$. Donnez l'expression de C.
4. Déterminez l'énergie potentielle du système.
5. On translate le plan positif de $z=+\frac{a}{2}$ à $z=+\frac{a}{2}+h$. Calculez le travail qu'il faut fournir pour réaliser ce déplacement.

EXERCICE DIPOLE ELECTROSTATIQUE

Un dipole électrostatique est constitué de deux charges opposées $-q$ et $+q$ situées en deux points A et B distincts. On note $\overrightarrow{p}=q\overrightarrow{AB}$.

1. Rappelez l'expression du potentiel crée par une charge q en tout point de l'espace. En appliquant le théorème de superposition, déterminez le potentiel crée par le dipole en tout point M de l'espace.
2. Rappelez la relation entre le potentiel et le champ électrique. En déduire l'expression du champ $\overrightarrow{E}$ crée par le dipole en tout point de l'espace.
3. Rappelez l'énergie potentielle d'une charge q placée dans un champ extérieur $\overrightarrow{E_{ext}}$ découlant d'un potentiel V_{ext}. En déduire l'énergie potentielle d'un dipole placée dans un tel champ.
4. Application : déterminez le moment électrique d'une molécule d'eau et expliquez le fonctionnement du four à micro-onde.
