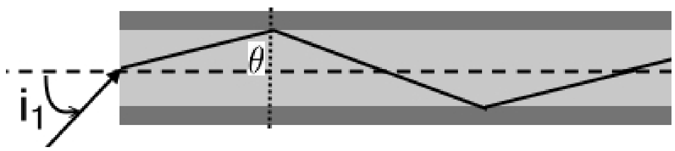
Optique géométrique : lois de Descartes (PCSI)

QUESTION DE COURS

Presentez les lois de Descartes.

EXERCICE FIBRE OPTIQUE À SAUT D'INDICE

On s'intéresse à une fibre optique à saut d'indice : un coeur de rayon a et d'indice n_1 est entouré par une gaine d'indice n_2.



On y envoie un rayon sous l'angle d'incidence i_1. Il arrive sur le dioptre coeur-gaine en formant un angle θ avec la normale.

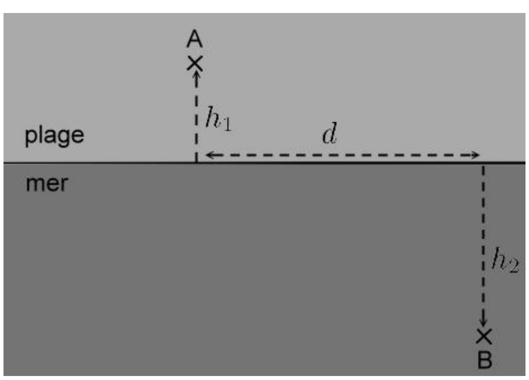
1. A quelle condition sur θ le rayon reste-t-il dans le la fibre optique ?
2. En déduire l'angle limite i_1 permettant au rayon de rester dans la fibre.
3. Quelle est la durée maximale mise par un signal lumineux pour traverser une fibre de longueur L ?
4. Quelle est la durée minimale mise par un signal lumineux pour traverser cette même fibre ?
5. Quel problème peut-on rencontrer lors de la transmission d'information dans une fibre optique à saut d'indice ?

QUESTION DE COURS

Présentez les lois de Snell - Descartes

EXERCICE INCIDENCE DE BREWSTER

Un rayon lumineux arrive sur un dioptre entre deux milieux d'indices respectifs n_1 et n_2. A quelle condition sur l'angle d'incidence θ le rayon réfléchi est il perpendiculaire au rayon transmis ?



La scène se passe à Malibu. Pamela se trouve sur la plage en A. Elle doit aller secourir le plus vite possible un baigneur en détresse situé en B. Elle peut courir sur la plage à la vitesse v_1 et nager à la vitesse v_2.

1. Quel chemin doit elle suivre pour atteindre le baigneur au plus vite ?
2. Quel résultat physique fondamental retrouve-t-on ainsi ?

Solution

On paramètre par les angles i_1 *et* i_2*, angle d'incidence de la trajectoire par rapport à la normale au niveau du dioptre.*

On doit avoir

$d_1 = h_1 tan i_1$ $d_2 = h_2 tan i_2$ *et* $d_1 + d_2 = d$ *donc* $h_1 tan i_1 + h_2 tan i_2 = d$

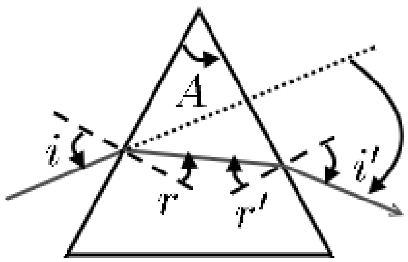
ie $\frac{h_1}{cos^2 i_1} di_1 + \frac{h_2}{cos^2 i_2} di_2 = 0$

et $T = \frac{1}{c_1}\frac{h_1}{cos i_1} + \frac{1}{c_2}\frac{h_2}{cos i_2}$ *donc L min pour* $dL = \frac{1}{c_1}\frac{h_1}{cos^2 i_1} sin i_1 di_1 + \frac{1}{c_2}\frac{h_2}{cos^2 i_2} sin i_2 di_2 = 0$

et avec la relation entre di_1 *et* di_2, $\frac{1}{c_1}\frac{h_1}{cos^2 i_1} sin i_1 di_1 - \frac{1}{c_2}\frac{h_1}{cos^2 i_1} sin i_2 di_1 = 0$ *ie* $\left(\frac{1}{c_1} sin i_1 - \frac{1}{c_2} sin i_2\right)\frac{h_1 di_1}{cos^2 i_1} = 0$

et avec $n_i = \frac{c_0}{c_i}$*, on a bien* $n_1 sin i_1 = n_2 sin i_2$

Exercice Prisme



1. Démontrer les 4 relations du prisme (en comptant les angles en valeur absolue) :

   (a) $sin\, i = n\, sin\, r$ (c) $A = r + r'$

   (b) $sin\, i' = n\, sin\, r'$ (d) $D = i + i' - A$

2. A quelle condition sur i le rayon lumineux peut-il sortir du prisme ?

3. On suppose l'indice n du prisme connu.

   (a) Un rayon d'incidence i_1 ressort avec une déviation $D(i_1)$. Montrez qu'il existe un angle i_2 tel que $D(i_2) = D(i_1)$.

   (b) En déduire que $D(i)$ connait un extremum D_m pour $i = i_m$.

   (c) Exprimez la valeur de D_m en fonction de A et de n.

4. Exprimez $sin\, i'$ en fonction de A, n et i. On suppose à présent que l'indice du milieu suit la loi de Cauchy : $n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2}$. Expliquez qualitativement le phénomène observé lorsque le prime est éclairé en lumière blanche.

Exercice Arc en Ciel

On se propose de modéliser un arc en ciel à l'aide de l'optique géométrique. On considère une goutte d'eau comme une boule de rayon a et d'indice n sur laquelle arrive en A un rayon lumineux formant un angle i_1 avec la normale.

Analyse géométrique

1. En considérant que le rayon incident se réfléchit une et une seule fois à l'intérieur de la goutte en un point B, tracez qualitativement sa trajectoire. On notera par la suite les angles d'incidence successifs i' et i'' et r, r' et r''' les angles de réflexions successifs.
2. Trouvez l'expression de la déviation D subie par le rayon entre son entrée et sa sortie de la goutte en fonction des angles ainsi définis.
3. Exprimez i', i'', r, r' et r'' en fonction de l'angle d'incidence i. En déduire l'expression de D en fonction de i uniquement.
4. Montrez que l'angle de déviation passe par un extremum pour un angle d'incidence i_m .

Modélisation.

1. On considére à présent que l'indice optique de la goutte dépend de la longueur d'onde en suivant la loi de Cauchy : $n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2}$.
   (a) Quelles sont les unités des coefficients a et b ? Sachant que $n(violet) = 1.344$ et $n(rouge) = 1.331$, déterminez la valeur de ces coefficients.
   (b) Exprimez la déviation minimale $D_m(\lambda)$ en fonction de l'indice n associé à la longueur d'onde λ.
   (c) Calculez l'étalement angulaire $\delta D = D_{rouge} - D_{violet}$.
2. A quelle condition le rayon se réfléchit-il bien en B ? On admet pour la suite que la puissance du faisceau émergeant est maximale pour la déviation minimale. Justifiez l'approximation suivante : "si un faisceau est réfléchi par une goutte, il l'est forcément en suivant l'angle de déviation minimale."
3. On note β l'angle que forment les rayons du soleil avec l'horizontale. Montrez que si β est suffisament grand, l'arc en ciel n'est plus observable depuis la Terre. Comment expliquer que les arcs en ciel ne puissent être vus à n'importe quel instant de la journée ?
