Analogies

1 Mécanique

	Point materiel en translation	Solide en rotation autour de Δ fixe
Coefficient d'inertie	*Masse* m	*Moment d'inertie* J_Δ
Action extérieure	*Force* $\overrightarrow{F}$	*Moment extérieur (ou couple)* Γ
Grandeur cinématique	*Vitesse* $\overrightarrow{v} = \frac{d\overrightarrow{r}}{dt}$	*Vitesse angulaire* $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
Grandeur cinétique	quantité de mouvement $\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v}$	Moment cinétique $L = J\omega$
Grandeur dynamique	$\frac{d\overrightarrow{p}}{dt} = m\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = m\overrightarrow{a}$	$\frac{dL}{dt} = J\frac{d\omega}{dt}$
RFD	$\frac{d\overrightarrow{p}}{dt} = \overrightarrow{F}$	$\frac{dL}{dt} = \Gamma$
Energie cinétique	$E_c = \frac{1}{2}mv^2$	$E_c = \frac{1}{2}J\omega^2$
Puissance	$\mathcal{P} = \overrightarrow{F}.\overrightarrow{v}$	$\mathcal{P} = \Gamma\omega$
Rappel élastique	$\overrightarrow{F} = -k\left(l - l_0\right)\overrightarrow{u}$	$\Gamma = -C\left(\theta - \theta_0\right)$
Energie potentielle	$E_p = \frac{1}{2}k\left(l - l_0\right)^2$	$E_p = \frac{1}{2}C\left(\theta - \theta_0\right)^2$

2 Ondes

	Corde vibrante	Cable coaxial
Grandeurs couplées	Vitesse verticale $v_z = \frac{d\xi}{dt}$	Intensité i
	Tension vertical $T_z = -T_0\frac{d\xi}{dx}$	Tension u
Paramètres	Masse linéique μ_0	Capacité linétique Γ
	Tension T_0	Inductance linéique Λ
Equations couplées	PFD : $\mu_0\frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{\partial T_z}{dx}$	Loi des noeuds $\Gamma\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial i}{\partial x}$
	Géométrie : $T_z = T_0\frac{\partial\xi}{\partial x}$	Loi des mailles $\Lambda\frac{\partial i}{\partial t}(x,t) = -\frac{\partial u}{\partial x}$
Equation de propagation	$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{pmatrix} \xi \\ T_z \end{pmatrix} = 0$	$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{pmatrix} u \\ i \end{pmatrix} = 0$
Célérité	$c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu_0}}$	$c = \sqrt{\Gamma\Lambda}$
Impédance	$Z = \sqrt{T_0\mu_0}$	$Z = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}$
Densité linéique de puissance	$\mathcal{P} = T_z v_z$	$\mathcal{P} = ui$

	Onde accoustique	Electromag
Grandeurs couplées	Surpression p	Champ électrique $\overrightarrow{E}$
	Vitesse $\overrightarrow{v}$	Champ magnétique $\overrightarrow{B}$
Paramètres	Masse volumique ρ_0	Permabilité magnétique μ
	Compressibilité χ	Permittivité diélectrique ϵ
Equations couplées	Euler : $\rho_0 \frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t} = -\overrightarrow{\nabla} p$	Maxwell Gauss $\mathrm{div}\overrightarrow{E} = 0$
	Conservation : $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\overrightarrow{v} = 0$	Maxwell Faraday $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$
	Thermo : $\chi = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p}$	Maxwell Ampère $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{B} = \mu\overrightarrow{j} + \epsilon\mu\frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}$
	-	Maxwell flux $\mathrm{div}\overrightarrow{B} = 0$
Equation de propagation	$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{pmatrix} \overrightarrow{v} \\ p \end{pmatrix} = 0$	$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{pmatrix} \overrightarrow{E} \\ \overrightarrow{B} \end{pmatrix} = 0$
Célérité	$c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0\chi}}$	$c = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{n\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$
Impédance	$Z = \sqrt{\frac{\rho_0}{\chi}}$	
Densité surfacique de puissance	$\overrightarrow{\pi} = p\overrightarrow{v}$	$\overrightarrow{\pi} = \frac{1}{\mu}\overrightarrow{E} \wedge \overrightarrow{B}$

3 Oscillateurs

	Oscillateur mécanique	Oscillateur électrique
Oscillateur	Position x	Charge q
Grandeur couplée	Vitesse $v = \dot{x}$	Intensité $i = \dot{q}$
Terme inertiel	Masse m	Inductance L
Rappel élastique	Ressort k	Condensateur $1/C$
Terme dissipatif	Frottements fluides α	Résistance R
Fréquence propre	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Facteur qualité	$Q = \frac{1}{\alpha}\sqrt{km}$	$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$
Equation diff	$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{X} + \omega_0^2 = A\cos\omega t$	$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{X} + \omega_0^2 = A\cos\omega t$

4 Champs de vecteurs

	Gravitation	Electrostat	Ecoulement incompressible irrotationnel	Magnétostat	Ecoulement incompressible stationnaire
Forme	$\overrightarrow{F} = m\overrightarrow{g}$	$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E}$	-	$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$	-
Origine	Masse	Charge	-	Courants	-
	$dm = \rho_m d\tau$	$dq = \rho_q d\tau$	-	$\overrightarrow{dC} = \overrightarrow{j}\,d\tau = I\overrightarrow{dl}$	-
Elément diff	$\overrightarrow{dg} = -\mathcal{G}\frac{\rho d\tau}{r^3}\overrightarrow{r}$	$\overrightarrow{dE} = \frac{\rho d\tau}{4\pi\epsilon_0 r^3}\overrightarrow{r}$	-	$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\overrightarrow{dC} \wedge \overrightarrow{r}}{r^3}$	-
Circulation	$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{g} = 0$	$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{E} = 0$	$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{v} = 0$	$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{B} = \mu_0\overrightarrow{j}$	$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{v} = 2\overrightarrow{\Omega}$
	$\Rightarrow \overrightarrow{g} = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\phi$	$\Rightarrow \overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}V$	$\Rightarrow \overrightarrow{v} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\varphi$	-	-
	$d\phi = -\mathcal{G}\frac{\rho}{r}d\tau$	$dV = \frac{\rho d\tau}{4\pi\epsilon_0 r}$	-	-	-
Flux	$\mathrm{div}\overrightarrow{g} = 4\pi\mathcal{G}\rho_m$	$\mathrm{div}\overrightarrow{E} = \rho/\epsilon_0$	$\mathrm{div}\overrightarrow{v} = 0$	$\mathrm{div}\overrightarrow{B} = 0$	$\mathrm{div}\overrightarrow{v} = 0$
				$\Rightarrow \overrightarrow{B} = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{A}$	$\Rightarrow \overrightarrow{v} = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{\psi}$

5 Conservation

	Energie (thermo)	Energie (electromag)	Charge électrique	Particule
Densité de courant	$\overrightarrow{j_T}$	$\overrightarrow{\pi}$	$\overrightarrow{j_Q}$	$\overrightarrow{j}$
Densité volumique	$\rho = \rho_m c_p T$ (+cst)	$w = \frac{1}{2}\epsilon E^2 + \frac{1}{2\mu}B^2$	ρ_Q	ρ
Termes de création / dissipation	$\mathcal{P}$ Réactions nucléaires, échanges avec l'extérieur...	$-\overrightarrow{j}.\overrightarrow{E}$ Puissance de la force de coulomb exercée sur le milieu	0 Conservation de la charge	C Réactions nucléaires, échanges avec l'extérieur..
Equation de conservation	$\mathrm{div}\overrightarrow{j_T} + \frac{\partial(\rho_m c_p T)}{\partial t} = \mathcal{P}$	$\mathrm{div}\overrightarrow{\pi} + \frac{\partial w}{\partial t} = -\overrightarrow{j}.\overrightarrow{E}$	$\mathrm{div}\overrightarrow{j_Q} + \frac{\partial \rho_Q}{\partial t} = 0$	$\mathrm{div}\overrightarrow{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = C$

6 Diffusion

	Electrique dans un metal	Energie	Particules	Qté de mouvement
Modèle	Modèle de Drude			Ecoulement fluide $v(y,t)\overrightarrow{u_x}$
Courant	$\overrightarrow{j_Q} = \underline{\sigma}\overrightarrow{E}$	$\overrightarrow{j_T} = -\lambda\overrightarrow{\mathrm{grad}}T$	$\overrightarrow{j} = -D\overrightarrow{\mathrm{grad}}\rho$	$\overrightarrow{f_{vis}} = \eta\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\overrightarrow{u_x}$
	'$\mathrm{div}\overrightarrow{E} = \frac{\rho_Q}{\epsilon_0} = 0$	$\rho_T = \rho_m c_p T$		
Conservation	$\mathrm{div}\overrightarrow{j_Q} + \frac{\partial \rho_Q}{\partial t} = 0$	$\mathrm{div}\overrightarrow{j_T} + \frac{\partial \rho_T}{\partial t} = 0$	$\mathrm{div}\overrightarrow{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$	$\rho_m\frac{\partial\overrightarrow{v}}{\partial t} = \overrightarrow{f_{vis}}$
Diffusion	$\Delta\overrightarrow{E} = \frac{1}{c^2}\partial_t^2\overrightarrow{E} + \mu_0\underline{\sigma}\partial_t\overrightarrow{E}$	$\Delta T = \frac{\rho_m c_p}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t}$	$\Delta\rho = D\frac{\partial\rho}{\partial t}$	$\rho_m\frac{\partial v}{\partial t} = \eta\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$
Fourier	$-k^2\overrightarrow{E} = -\frac{\omega^2}{c^2}\overrightarrow{E} + i\omega\mu_0\underline{\sigma}\overrightarrow{E} \simeq i\omega\mu_0\sigma_0\overrightarrow{E}$	$-k^2 T = i\omega\frac{\rho_m c_p}{\lambda}T$	$-k^2\rho = i\omega D\rho$	$-k^2 v = i\omega\frac{\rho_m}{\eta}v$
Dispersion $\left(\sqrt{i} = \frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)$	$k = \sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma_0}{2}} - i\sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma_0}{2}}$	$k = \sqrt{\frac{\omega\rho_m c_p}{2\lambda}} - i\sqrt{\frac{\omega\rho_m c_p}{2\lambda}}$	$k = \sqrt{\frac{\omega D}{2}} - i\sqrt{\frac{\omega D}{2}}$	$k = \sqrt{\frac{\omega\rho_m}{2\eta}} - i\sqrt{\frac{\omega\rho_m}{2\eta}}$

Note Approximations faites dans le cas du métal

1. On prend toutes les hypothèses habituelles pour décrire un métal
2. On suppose un régime basse fréquence, ie $\omega\tau \ll 1$ (où τ est le temps d'amortissement du modèle de Drude) et $\omega \ll c^2\mu_0\sigma$
3. L'équation $\Delta\overrightarrow{E} = \frac{1}{c^2}\partial_t^2\overrightarrow{E} + \mu_0\underline{\sigma}\partial_t\overrightarrow{E}$ n'est pas à proprement parler une équation de diffusion. L'équation de diffusion est obtenue après l'approximation de basse fréquence.